

3D 影像快速重建程式平台測試與實作

謝昌煥，陳家和

國家高速網路與計算中心

前言

電腦斷層攝影是根據生物體或物體的投影來重建特定截面的影像，此項技術起源於西元 1972 年英國科學家 Godfrey Newbold Hounsfield 利用 X 光發展出一個電腦斷層攝影系統，當時他利用 X 光當作光源，從不同角度照射待測物，在另一端使用閃爍偵測器測量這些穿透的射線，再把這些資料透過電腦經由數學運算後便重建出該物體截面的影像，藉由這些影像，科學家可以清楚地分辨生物體內部器官或組織的大小、形狀甚至相對位置，此項技術首次讓人類不用破壞物體便可觀測到內部的情形，也讓 Hounsfield 與建立電腦斷層掃描線積分基礎的物理學家 Alan Cormack，共同獲得 1979 年諾貝爾生醫獎。發展至今 30 餘年，許多的取像方法及演算法陸續被提出，其中最廣為人知的是濾波反投影演算法，利用電腦來實作此演算法可以讓研究人員很快地得到重建的影像，不過對於立即要得到結果的科學家來說，此方法是一個蠻耗時的動作，我們也提出不同硬體平台實作的資料，以及使用其他快速傅立葉轉換的方法取代原本演算法比較耗時的部分，作一個比較。目前市面上一般個人電腦的 3D 顯示卡大都內嵌有繪圖處理器 GPU(Graphics Processing Unit)，除了對圖形運算的能力強大以外，對於大量浮點運算也很出色，而且已經發展到可程式化的地步，在未來不管是濾波反投影演算法或是快速傅立葉轉換，都可以利用 GPU 進行非繪圖相關的運算，將龐大且複雜的計算工作交給 GPU 來執行，可以提供使用者其他不錯的選擇，本文也列出 GPU 在科學運算方面的看法。

影像重組理論

電腦斷層掃描(Computer Tomography, CT)是利用 x-ray、超音波或是放射線同位素對於待測物進行各種不同角度的投影，由於射線在物體內部會有衰減的特性，然後在投影的另一端利用一連串的探測器對 x-射線等能量進行偵測，獲得衰減量，這些資料統稱為投影資料(projection data)，我們可以利用這些不同角度的投影資料重建出待測物體的截面圖。依照投影射線的形式分類，大致上有兩種：平行投影(parallel projection)及扇形投影(fan beam projection)，不同的投影方式其對應的影像重建演算法有所不同，以下介紹的演算法是以平行投影為基礎的影像重建演算法。

影像重建演算法的主要問題在於如何利用投影資料來尋找待測物體截面圖上各個點的線性衰減係數。例如我們以 x 射線對一物體進行投影，則我們可以在另一端偵測到 x 射線的衰減量，因為物質密度的不同，物體內的每一個點有不同的 x-ray 衰減係數，而每一個偵測器得到的衰減量，就是相對應的 x 射線穿透過物體時直線經過點的衰減係數總和，相當於是 x 射線經過物體那條路徑的線性積

分，如圖 1 所示：

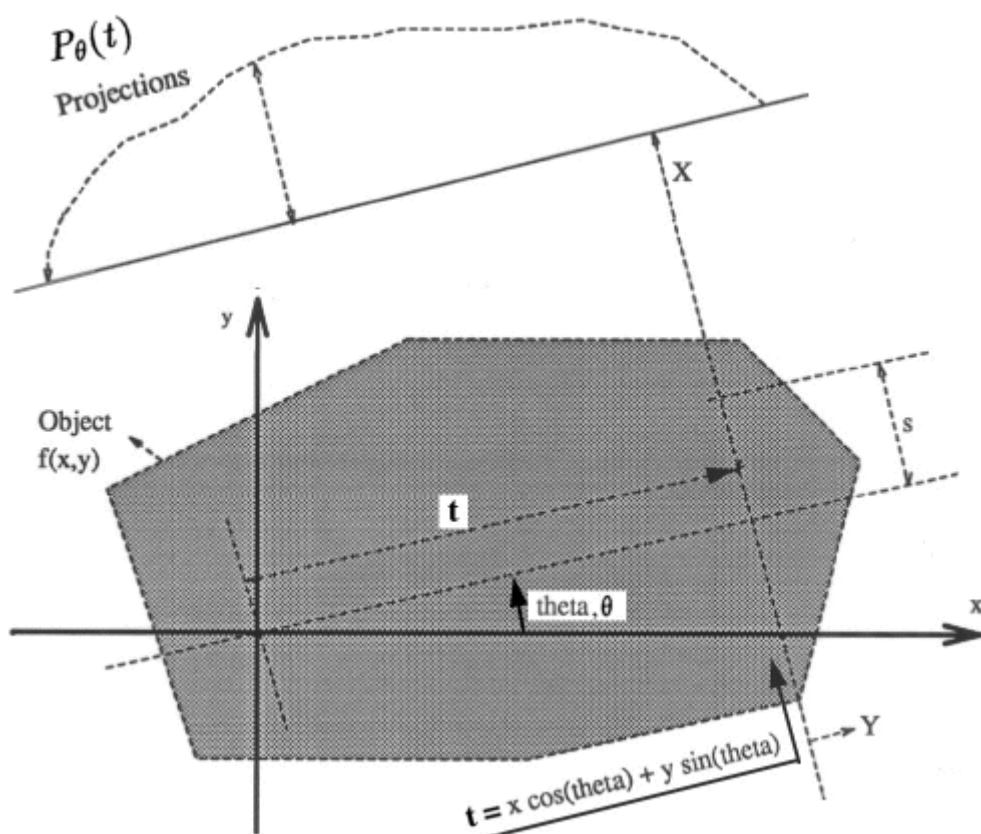


圖 1 投影資料關係圖。

如圖 1 所示，灰色區塊是待測物體，可以用函數 $f(x, y)$ 來描述，基於 x - y 座標系統，我們可量得變數 (θ, t) ，再以線性積分 $P_\theta(t)$ 來描述 (θ, t) 參數對應的 x 射線對物體做投影得到的衰減係數總和 $P_\theta(t) = \int_{(\theta,t)} f(x, y) ds$ (式 1)，接著我們引用一個單位脈衝函數 $\delta(n)$ 將上式改寫成

$$P_\theta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - t) dx dy \quad (\text{式 2})$$

式 2 就是 $f(x, y)$ 的雷登轉換 (Radon Transform)，集合所有同一個角度 θ 的 $P_\theta(t)$ 就成為角度 θ 的投影資料。濾波反投影演算法 (Filtered Back-Projection Algorithm) [1] 是利用傅立葉理論與投影資料來達到前述問題的封閉解，再進而重組出截面圖。而傅立葉切片理論 (Fourier Slice Theorem) [2][3] 就是連結傅立葉轉換和待測物體截面圖之間的理論，在 1956 年由史丹佛大學電機系的教授 Ronald N. Bracewell [4]、Ramachandran 和 Lakshminarayana [1]，[5] 發展，接下來的證明是由 Kak 和 Slaney [3] 所推導，定義二維傅立葉轉換為

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy \quad (\text{式 3})$$

葉轉換，我們可以找到投影資料在任何角度的傅立葉轉換如下：

$$S_{\theta}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{\theta}(t) e^{-j2\pi\omega t} dt \quad (\text{式 4}),$$

爲了導出傅立葉切片理論，我們定義新的座標系

統 (t, s) ， (t, s) 座標是原有的座標系統 (x, y) 順時針旋轉 θ 角而得到，它們之間的關係可以表示成 $\begin{bmatrix} t \\ s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ ，在圖 1 中，投影資料 $P_{\theta}(t)$ 是相對於 (x, y) 座標由 0 度以逆時針方向旋轉 θ 角對物體進行投影而得，若考慮新的座標系統 (t, s) ，則 $P_{\theta}(t)$ 是相對於 (t, s) 座標系統以 $\theta=0$ 度角對物體進行投影得到的資料，在座標系統 (t, s) 中，考慮式 2-2，在 $\theta=0$ 時沿著常數 t 定義的投影可以寫成

$$P_{\theta}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t, s) ds \quad (\text{式 5}),$$

將上式帶入式 4 中可以得到

$$S_{\theta}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(t, s) ds \right] e^{-j2\pi\omega t} dt,$$

再將座標轉換關係式代入上式，轉換回 (x, y) 座

$$\text{標系統，可得 } S_{\theta}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi\omega(x \cos \theta + y \sin \theta)} dx dy \quad (\text{式 6}),$$

右邊即爲二維傅立

葉轉換的定義，因此 $S_{\theta}(\omega) = F(u, v)$ (式 7)，由上式可知在 θ 角度對待測物體截面圖作投影得到的投影資料，經過一維傅立葉轉換後相當於待測物體截面圖的二維傅立葉頻域中一條通過低頻中心點的射線，圖 2 爲空間域(space domain)與頻域(frequency domain)中的對應關係。

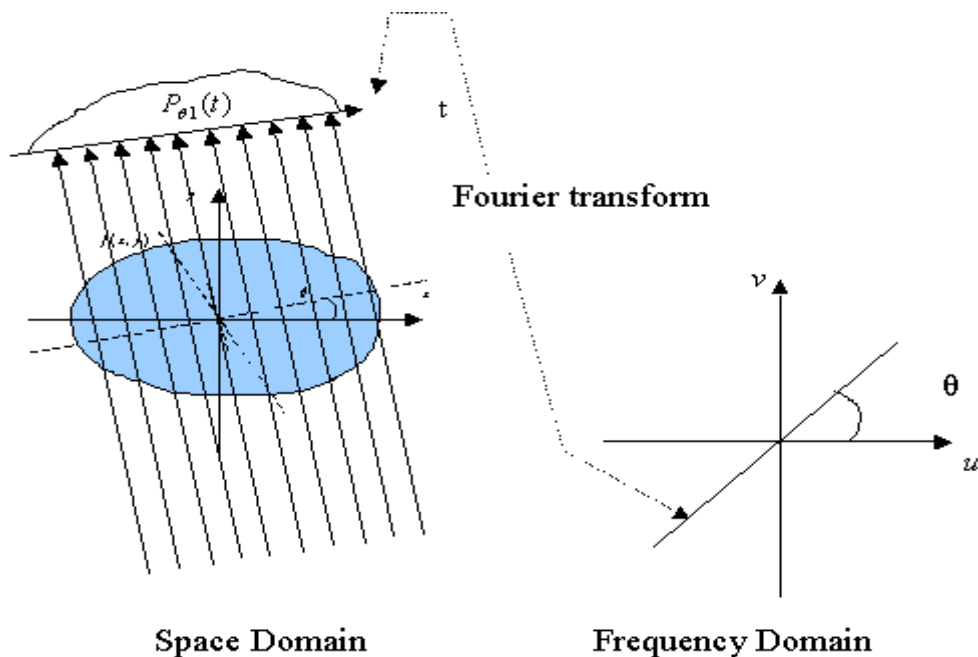


圖 2 傅立葉切片理論空間域與頻域的關係。

圖 2 是固定一個角度 θ 時，所得到的一條頻域的射線，我們也可以在 θ_1 ， $\theta_2 \dots \theta_k$ 角度對物體投影，並假設可以做無限多個角度，再把這些投影資料經過一維傅立葉轉換到二維傅立葉頻域中並且佈滿，剩下的動作只需作反傅立葉轉換就可以得到希望的截面圖。但是現實中只能獲得有限的投影資料，而且從頻域的圖可以得知，投影資料轉換到頻域以後的特性是中心點附近的資料密集，外圍離中心點越遠則越稀疏，換句話說，低頻密集高頻稀疏，然而沒有對應到的資料點必須由內插法來預測，使用內插法則會造成誤差，尤其是越高頻的地方誤差越大，造成重建的截面圖品質變差。

以上模式是原理，實作時多利用濾波反投影 (Filtered Back-Projection) 演算法，也是由傅立葉切片理論衍生改良而來方便實作的。我們知道角度 θ 的投影資料做一維傅立葉轉換可以得到頻域中通過中心的一條射線，相當於截面圖的二維頻域乘上一濾波器的結果，如圖 3 的(b)。

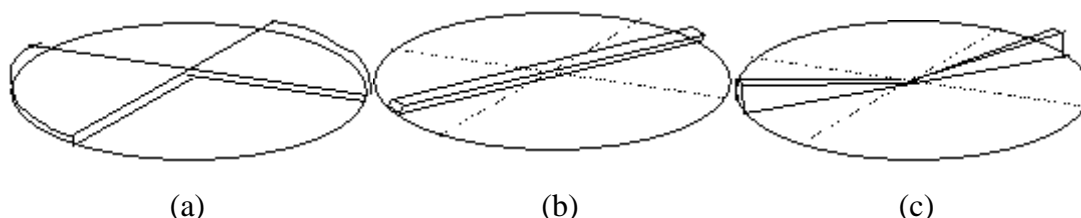


圖 3 從投影資料中得到頻域中的情況。(a)理想狀況，(b)經傅立葉切片理論後的情況，(c)濾波反投影利用傅立葉切片理論乘上一權重後得到近似(a)。

在影像重建時，我們希望得到的投影資料一維傅立葉轉換結果可以跟圖 3(a) 的射線分佈越像越好，這樣便可以重建出高品質的影像。然而圖 3(b)是轉換後實際的情況 $S_\theta(\omega)$ ，可以考慮利用近似的方法，乘上一個濾波器，他的寬度差不多是圖 2-3(a)中派型物的寬度，讓情況更逼近於圖 3(a)。假設在半圓週內執行了 n 次投影，則在頻率 ω 下，派型物的寬度便是 $2\pi|\omega|/n$ 。 $S_\theta(\omega)$ 在經過 $2\pi|\omega|/n$ 加權後得到如圖 3(c)的圖形，和圖 3(a)有近似的質量，在集合足夠數量的投影後，圖 3(c)的射線便近似於圖 3(a)所重建的影像。歸納起來，濾波反投影演算法大致上可以分成兩個部分，依序為濾波投影及反投影，可以用下列數學式來表示，濾波：

$$Q_\theta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_\theta(\omega) |\omega| e^{j2\pi\omega t} d\omega$$

在實作時，假設在 $0^\circ \sim 180^\circ$ 之間對待測物體做了 n 次

不同角度的投影，我們取得 θ_i 的投影資料 $P_{\theta_i}(t)$ ， i 從 0 到 $n-1$ ，執行以下動作共 n 次：

1. 將 $P_\theta(t)$ 做傅立葉轉換到頻域 $S_\theta(\omega)$ 。
2. 在頻域利用濾波器 $|\omega|$ 對 $S_\theta(\omega)$ 加權。

3. 將加權後的 $S_{\theta}(\omega)$ 作反傅立葉轉換回空間域，命名為 $Q_{\theta}(t)$ 。

反投影： $f(x, y) = \int_0^{\pi} Q_{\theta}(x \cos \theta + y \sin \theta) d\theta$ ，實作時：

1. 從任意點 (x, y) 及角度 θ_i 求出 $t_i = x \cos \theta_i + y \sin \theta_i$ ， i 從 $0 \sim n-1$ 共 n 次。
2. 累加每個 $Q_{\theta_i}(t)$ 中，位置 t_i 上得到的 $Q_{\theta_i}(t_i)$ 值，共累加 n 次，得到 (x, y) 點原本的線性衰減係數。實作時，投影資料會以 sinogram 的方式呈現，sinogram 的排列方式是按照角度和投影資料對應的方式排列成一張影像。如圖 4 右側圖所示：

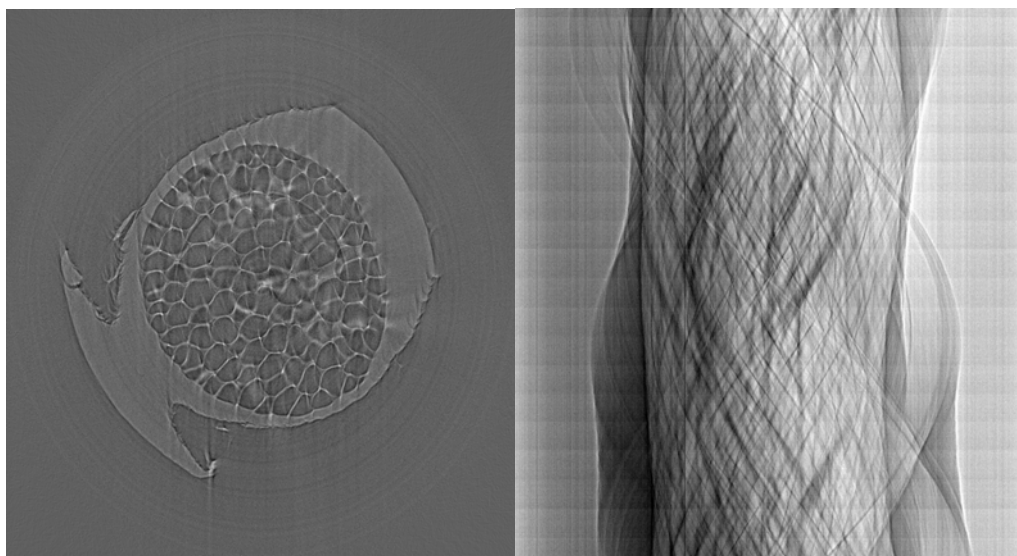


圖 4 左側為計算結果的截面圖，右側為相對應的 sinogram 圖。

實作與結果

電腦斷層掃描顧名思義就是爲了彌補人類感官有限的缺憾而發展出來，最終的目的是爲了在不破壞物體的情況下一窺物體內部的形態，不管它的尺度爲何，都以三維的方式展現出來，發展至今已經有各式各樣的作法被提出來，一般的作法是利用各種光源製造出待測物體內部的截面影像，再利用體積成像(Volume Rendering)的方式產生三度空間繪圖，方便科學家觀測。我們實作的重點放在如何比較有效率地產生截面影像，提供三維視覺化處理。主要處理的資料是由中研院物理所胡宇光博士及其研究團隊提供，大致上是一系列標本的相對比 X 光影像，若在個人電腦上作處理需要相當長的時間，測試的電腦平台如表 1：

表 1 實驗環境

1. 個人電腦	2. 工作站 Drosophia
(1) CPU：AMD K8 2800+	(1) CPU：AMD Opetron 2.2G * 16
(2) Memory：1G	(2) Memory：128G
(3) OS：Microsoft Windows 2000	(3) OS：SuSE Linux kernel 2.6.13

目前有四組資料，其檔案由大至小分別爲 1000 projections，500 projections，

360 projections 及 180 projections，此四個數字的意涵是在 X 光攝影的時候，每半圓周(180 度)所投影的次數，次數越高，蒐集的資訊越多，經過重建之後的截面影像品質越好，相對地，也越費時。攝影機拍攝的尺寸預設為 1600*1200 像素，亦有 1000*1000 像素的資料，不過實驗時以 1600*1200 這組資料來測試。根據原本的資料，每次重建出來的橫截面數由上到下大約為 1200 張，在一般個人電腦上算是不小的負荷，這些資料是可以被切割的，於是利用程式將原本欲處理的影像原始資料分割成爲 8 等分，分別交由四台個人電腦處理(每台電腦負責處理 2 份資料)，利用 IDL 6.2 來處理運算一些預先寫好的 IDL script 檔。在正式作影像重建之前，必須先耗時作原始影像分割，影像中心調校，加上影像重建也必須輸入參數，再到上述四個分散的個人電腦開啓 IDL 編譯器，編譯然後執行。大致上如圖 5：

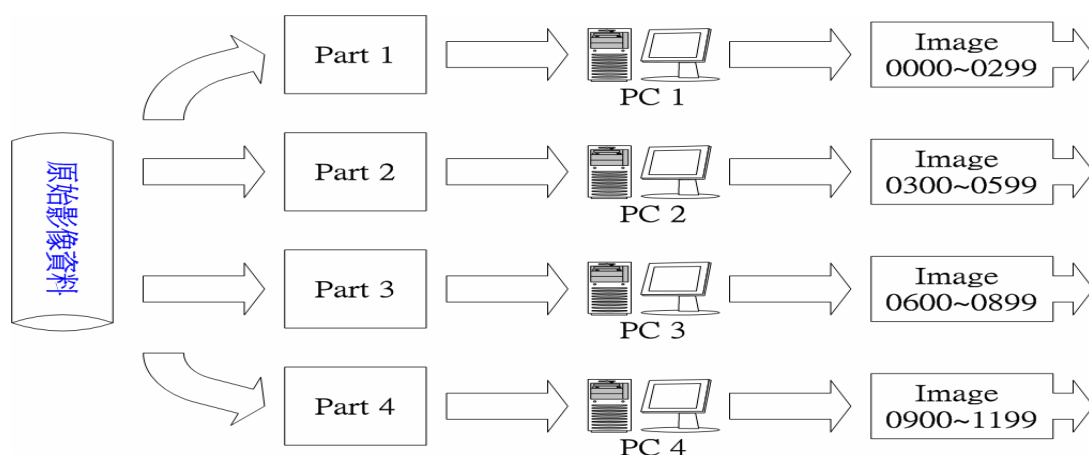


圖 5 資料處理分佈圖

下表大致上爲一般個人電腦重建的相關數據，也差不多是上圖每單一個電腦運作的結果，每台個人電腦負責重建 300 張截面圖，截面圖的大小是 1600*1600 像素，在執行重建程式時，CPU 的資源幾乎充分被利用，以影像品質最高的那組測試資料來看，平均約 1~2 分鐘生成一張重建影像，整組資料重建完大約需 4~5 小時以上，若沒有將原本資料切割成小部分運算的話，耗費的時間將會更可觀。

表 2 在個人電腦上測試所耗費的時間

Image information : TomoRC0000~TomoRC0299 (300 slices) 1600x1600

No. of Projections	Data Preparation	Image Reconstruction
1000	17.64 (mins)	350.74 (mins)
500	10.27 (mins)	174.08 (mins)
360	7.54 (mins)	125.74 (mins)
180	4.44 (mins)	63.40 (mins)

由於 CPU 性能影響計算的結果甚大，在硬體發展快速的現在讓使用者在作高速計算時有更多的選擇，將原本的程式移到其他平台上測試，可以得到一些比較的結果，我們選定工作站級的主機作測試，本工作站是一台 16-core 的主機，

我們考慮兩種測試方式，第一，使用原本的方式，將原始資料切成 8 等分，分別開啓 4 個影像重建程式同時處理；第二，將原始資料切成 30 等分，再同時開啓 15 個程式運算，結果大致如圖 6 所示：

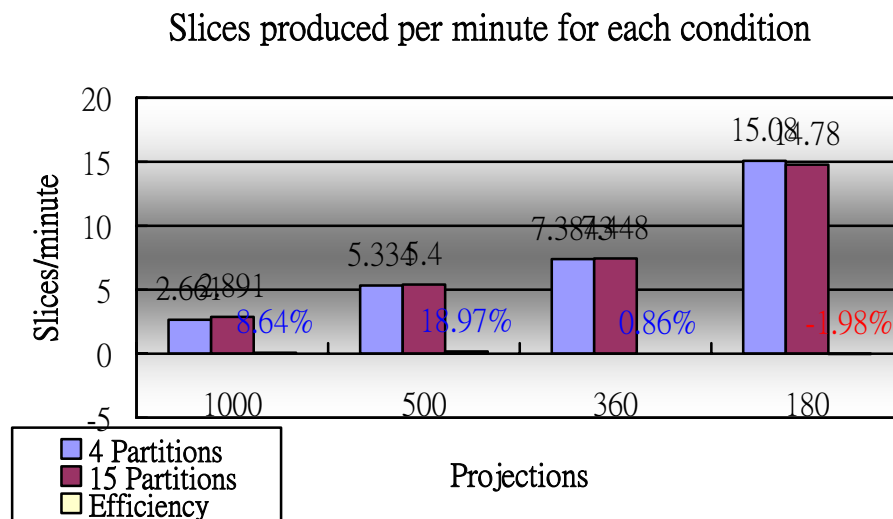


圖 6 不同切割方式對執行速度的影響。

上表顯示兩種切割方式對於影像重建時的影響，是基於單位時間產生的影像數量來作評斷標準，基本上是幾乎差不多，在處理較耗時的資料時(如 1000 投影及 500 投影兩份資料)，分別提升了 8.64% 及 18.87% 的效率，但是在 360 投影及 180 投影時就表現的差強人意了，可能是在資料 IO 部分的影響，不過比起個人電腦的效率都好上一倍以上，可以推論是 CPU 效能改進所致。影像品質和影像重建速度很難兼得，要求好的影像品質往往造成重建速度低落，反之亦然，完全看使用者比較著重哪一部份。在不同硬體資源上作比較時，我們採取的策略是所有平台重建出來的影像都是最高品質，然後由單位時間產生的影像數量來判定何種方式比較有效率。

Time required for Reconstruction (minutes)

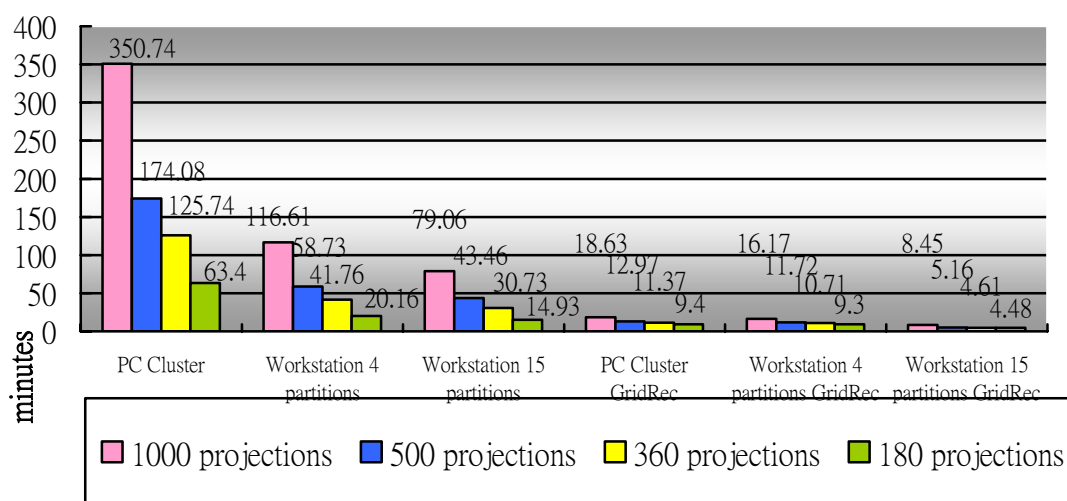


圖 7 不同軟硬體執行後的結果比較。

改善程式執行效率可以從硬體或軟體方面下手，硬體方面可以從選擇較佳的平台下手而且被預期會持續改善的，軟體方面可以從改進程式演算法的方式著手，首先，由於先前的實驗結果告訴我們適當地切割原本欲處理的資料有助於提升影像重建的速度，故我們依照測試平台可以負擔的情況切割成兩種方式，分別為 4 等分及 15 等分，讓電腦同時運算。再者，濾波反投影演算法裡最耗時的反投影計算部分，我們可以利用其他演算法來替換，斷層掃描的研究已經很久了，有很多優良的演算法陸續被科學家提出來供利用，我們選擇加入一個新的演算法，名稱為 Gridrec，是由 BNL(Brookhaven National Laboratory)的 Bob Marr 與 Graham Campbell 在 1997 年的時候發展的[6]，此演算法是基於快速傅立葉轉換，並且由 C++ 程式語言寫成一動態連結程式庫(*.dll 或 *.so)供呼叫。實驗結果如圖 7 所示，總共有六組測試方案，左半邊三組是利用原始濾波反投影演算法程式加上不同的資料分割，右邊三組也相仿，為一不同的是 GridRec 演算法的引進。原本重建 1200 張 1000 projections 的影像約需 5~6 小時，使用新的演算法後大約只需 18~20 分鐘。速度快了 8 倍以上，不過相對著產生的影像品質就沒有原本的方法那麼好了，或許可以提供取像儀器來進行參數快速校正使用，提高取得高品質 3D 影像的效率。

GPU 的發展

以往大量的計算需要處理，超級電腦或是叢集電腦是最好的選擇，一直到今天都一樣，任何耗時的程式，像是上述的影像重建運算，都可以利用上面兩種高速計算的方式來解決。近年來又發展了一種高效能運算的方法，稱作 GPGPU，全文是 General-Purpose computation on GPU，雖然此項技術要好幾年後才會完全成熟，不過已經可以是提供使用者其他解決問題的提議了，尤其在大量影像處理或三維展示部分的關係更是直接。

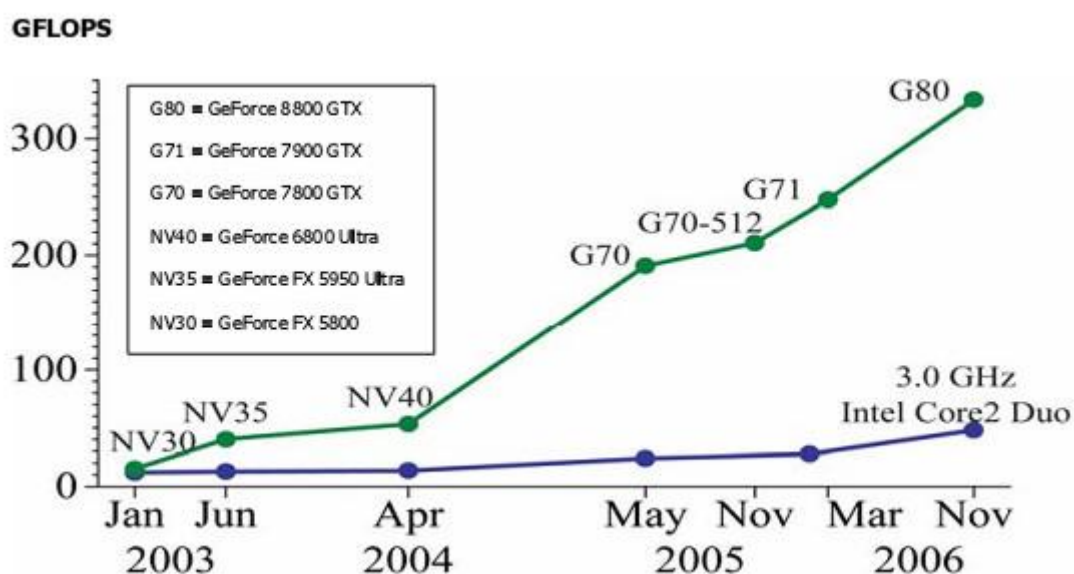


圖 8 GPU 和 CPU 的發展趨勢圖。

如圖 8 所示，由於 CPU 和 GPU 的架構不太相同，例如電晶體數量差異，運作方式不同，造成 GPU 在浮點運算能力上超過 CPU，這兩者各有各的特色，CPU 適合循序運算，多種指令非重複運算，但是浮點運算能力相對不足，GPU 適合平行運算，單一指令的重複運算，浮點運算能力強，但目前尚須 CPU 來主控。不管是 nVIDIA 或是 AMD/ATI，最新的 GPU 浮點運算能力都超過了 400 GFLOPS 了，是高度平行化的架構，而目前四核心的 CPU 還不到 30 GFLOPS。上述的濾波反投影演算法將來可以利用一些特定的 API 如 OpenGL Shading Language 直接使用 GPU 的資源，計算速度倍增是可以預期的，在未來更有不需經由複雜 API 的 SDK 如 CUDA(Compute Unified Device Architecture)可以直接存取 GPU 資源，未來在高速計算領域裡應佔有一席之地。不過目前尚未發展成熟的 GPGPU 也存在一些缺點，它只能以材質形式在顯示卡記憶體裡讀寫資料，無論何種資料要進出 GPU，都會先映射成二維的材質形式，而讀寫顯示記憶體的延遲也容易造成執行速度下降，再者，目前科學計算要運用 GPU 資源必須透過圖形 API 如 DirectX 或 OpenGL，都是針對 3D 繪圖而設計，科學家必須轉換思考邏輯將原本的問題利用 3D 的指令來替代，目前利用 OpenGL 或 DirectX 來運用 GPGPU，最終都必須透過驅動程式轉換成 GPU 的機器語言，驅動程式的好壞勢必會影響到運算的精確度，目前的 GPGPU 尚未支援雙倍精確度浮點運算，也就是完整的 IEEE 754 規範，不過相信這些問題在未來應該會一一被解決。

結論

本文描述的方法在電腦斷層掃描或同步輻射 X 光上皆廣泛地被應用，尤其利用同步輻射 X 光相對比成像法[7]可以大幅提高成像品質，並突破傳統只能取得生物硬組織，例如骨骼的影像，提供科學家有關生物軟組織的進一步資訊甚至是血液流動的動態影像，上述技術在 X 光研究裡算是比較新也受到相當重視的領域。從電腦被發明以來，高速計算和科學研究的關係就一直密不可分，電腦的發展想必是會越來越進步，在影像重建效率上的持續進步也是必然的，國網中心具有電腦硬體或軟體方面的資源或技術，不論在提高計算效率或是資料呈現方面[8]，都可提供有效的解決方案，讓科學研究的腳步更快更穩健。

致謝

感謝中研院物理所胡宇光博士及其研究團隊提供資料及相關資訊。

[1] G.N. Ramachandran and A.V. Lakshminarayanan, "Three dimensional reconstructions from radiographs and electron micrographs: Application of convolution instead of fourier transforms," Proceedings of the National Academy of Sciences, vol. 68, pp. 2236 - 2240, 1971.

[2] A.C. Kak and M. Slaney, **Principles of Computerized Tomographic Imaging.**

IEEE, Inc., New York: IEEE Press, 1988.

[3] H.H. Barrett and W. Swindell, **Radialogical Imaging: The Theory of Image Formation, Detection and Processing**. New York: Academic Press, 1981.

[4] Ronald N. Bracewell, "Strip Integration in Radio Astronomy", Aust. J. Phys., Australian Journal of Physics, vol. 9, p.198, 06/1956.

[5] A.V. Lakshminarayanan, "**Reconstruction from divergent ray data**," tech. rep., Dept. Computer Science, State University of New York at Buffalo, 1975.

[6] B. A. Dowd, Graham H. Campbell, D. Peter Siddons, Robert B. Marr, Vivek Nagarkar, Sameer Tipnis and Lisa Axe, " **Developments in synchrotron x-ray computed microtomography at the National Synchrotron Light Source** " Developments in X-Ray Tomography II, Ulrich Bonse; Ed, Proc. SPIE Vol. 3772, p. 224-236.(1999)

[7] Jun-Yuan Chen, David J. Bottjer, Eric H. Davidson, Stephen Q. Dornbos, Xiang Gao, Yong-Hua Yang, Chia-Wei Li, Gang Li, Xiu-Qiang Wang, Ding-Chang Xian, Hung-Jen Wu, Yeu-Kuang Hwu, Paul Tafforeau " **Phosphatized Polar Lobe-Forming Embryos from the Precambrian of Southwest China** " : *Science* 16 June 2006, Vol. 312. no. 5780, pp. 1644 - 1646.

[8] 謝昌煥, 莊朝鈞, "以網頁為單一入口整合 X 視窗介面軟體資源的格網平台", **WOGTA 2005 第二屆格網技術及應用研討會**, 145-149 (2005)。